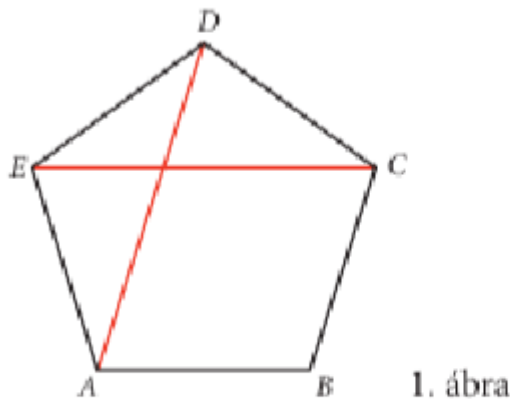


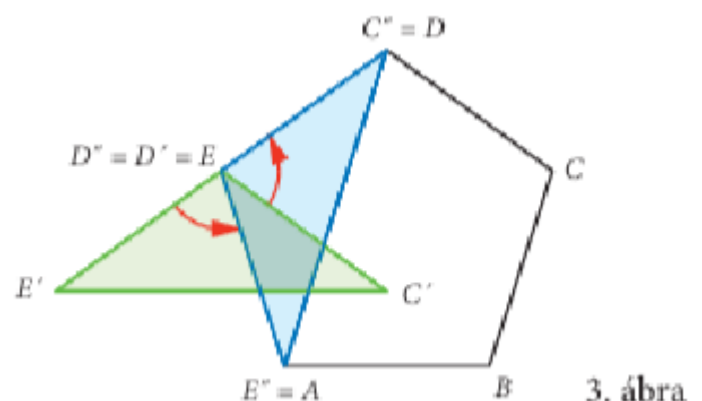
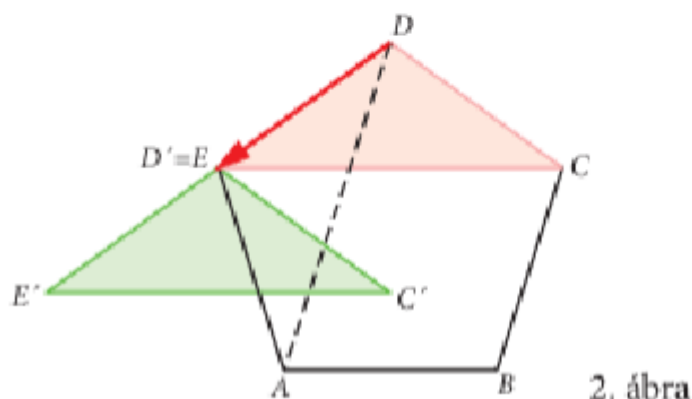
HÁROMSZÖGEK EGYBEVÁGÓSÁGÁNAK ALAPESETEI

Egy szabályos ötszögnek az ábra szerint berajzoltuk két átlóját. Igazoljuk, hogy ez a két átló egyenlő hosszú!



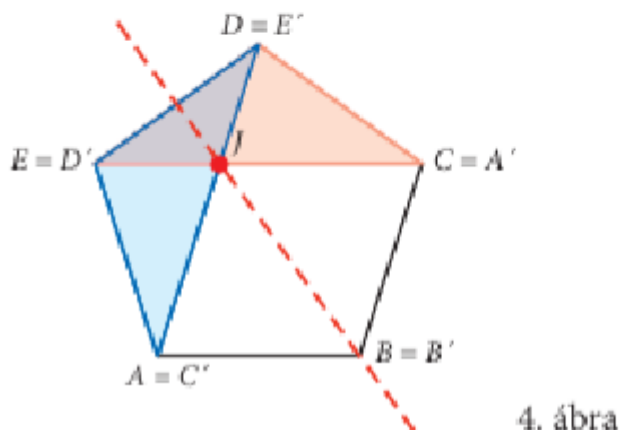
I. Megoldás

A rózsaszínű ECD háromszöget toljuk el a $\overrightarrow{DE}$ vektorral, így kapjuk az $E'C'D'$ háromszöget (2. ábra). A kapott zöld háromszöget forgassuk el az E pont körül, így kapjuk az $E''C''D''$ háromszöget (3. ábra). Mivel az ötszög oldalai és szögei egyenlők, ezért miután az ECD háromszöget eltoljuk majd elforgatjuk, valóban fedésbe kerül az ADE háromszöggel. Az ECD háromszög tehát egybevágó az ADE háromszöggel, ezért $AD = EC$.



II. Megoldás:

Tükrözzük az ötszöget a B csúcson átmenő szimmetria-tengelyére (4. ábra). Az ötszög tükörképe az $A'B'C'D'E'$ ötszög lesz, amely egybeesik az eredeti ötszöggel. A CDE háromszög tükörképe éppen az AED háromszög lesz. Tehát igaz, hogy $AD = CE$.



Vektorok összeadása és kivonása videó.

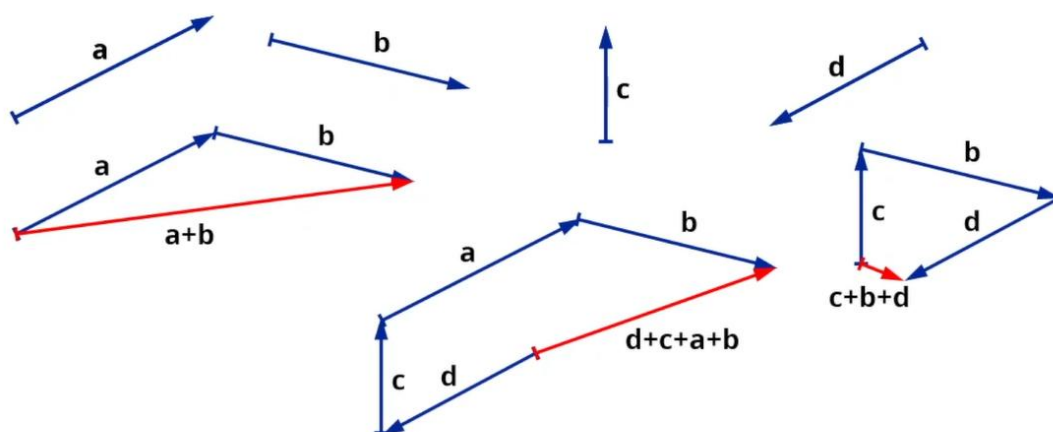


Keresés



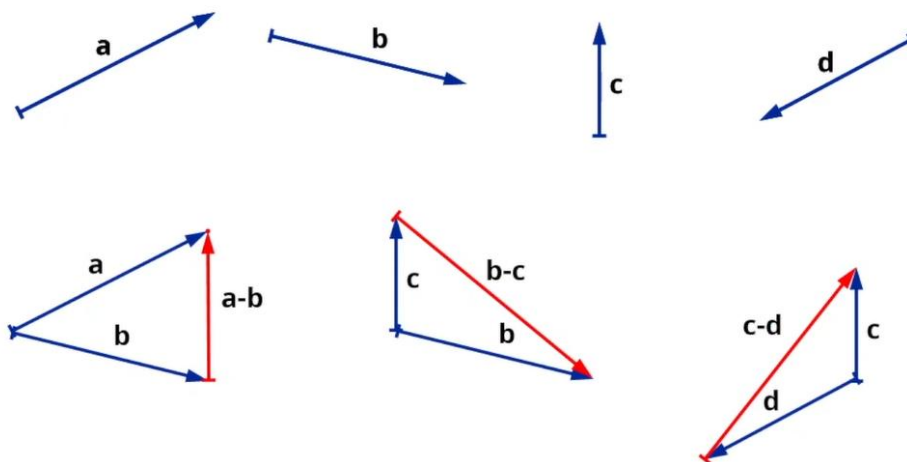
Vektorok összeadása:

- Az első vektor végpontjából felmérjük a következő vektort.
- Az összegvektor az első kezdőpontjából az utolsó vektor végpontjába mutat.



Két vektor különbségének meghatározása:

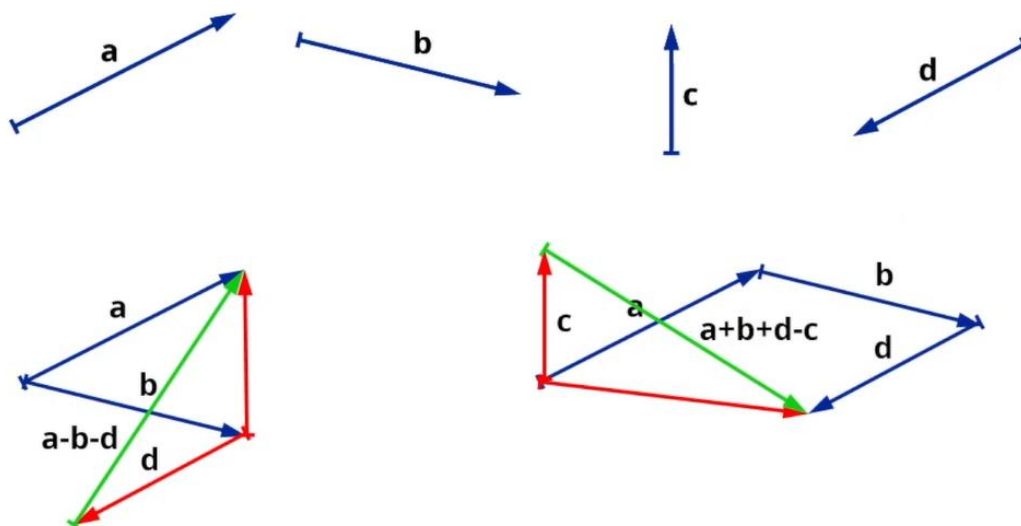
- A két vektort közös kezdőpontból mérjük fel.
- A különbségvektor a kivonandó vektor végpontjából a kisebbítendő vektor végpontjába mutat.



2:31 / 4:17 Ebben a videóban >

Vektorok összeadása és kivonása

Összetett vektorműveletek



4:02 / 4:17 Ebben a videóban >

Vektorok összeadása és kivonása

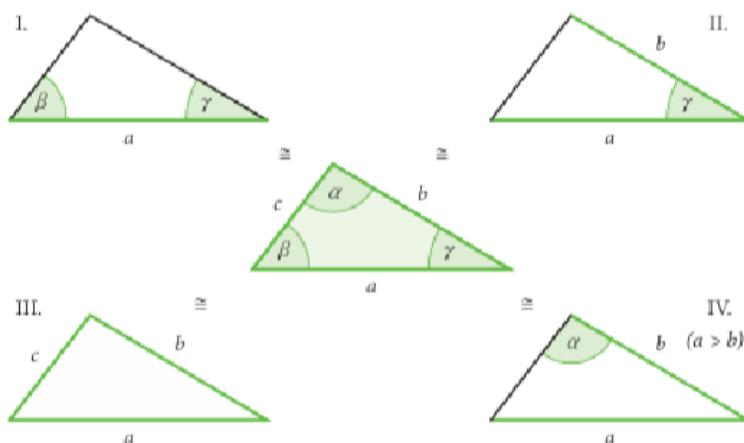
- Két alakzatot *egybevégősnak* mondunk, ha van olyan egybevégőségi (vagyis távolságtartó) transzformáció, amely az egyiket a másikba viszi át.
- Alakzatok egybevégőségének jelölésére a $\cong$ szimbólumot használjuk.
- Egybevégő sokszögek megfelelő oldalai egyenlő hosszúak, megfelelő szögei egyenlők.
- Az eltolás, a (tengelyes, pontra vonatkozó, síkra vonatkozó) tükrözés, a (pont körüli és az egyenes körüli) forgatás is egybevégőségi transzformáció.

Például a kidolgozott feladatban: $CDE \triangle \cong ADE \triangle$, mert egy tengelyes tükrözés segítségével egymásba átvihetők.

Háromszögek egybevégőségéről bebizonyítható a következő tétel:

Tétel: háromszögek egybevégőségének alapesetei:

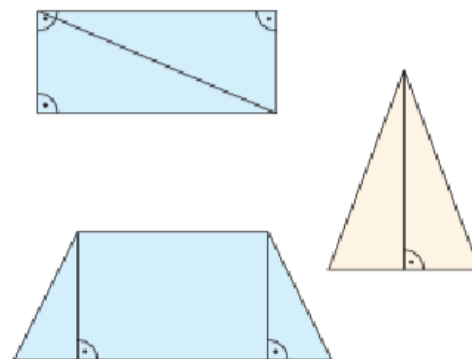
- I. Ha két háromszögben egy-egy oldal és az ezeken fekvő két-két szög egyenlő, akkor a két háromszög egybevégő.
- II. Ha két háromszögben két-két oldal és az általuk közbezárt szög egyenlő, akkor a két háromszög egybevégő.
- III. Ha két háromszögben a három oldal páronként egyenlő, akkor a két háromszög egybevégő.
- IV. Ha két háromszögben két-két oldal és közülük a nagyobbikkal szemben fekvő szög egyenlő, akkor a két háromszög egybevégő.



Az előbb felsorolt négy feltétel mindegyike szükséges és elegendő a háromszögek egybevégőségéhez.

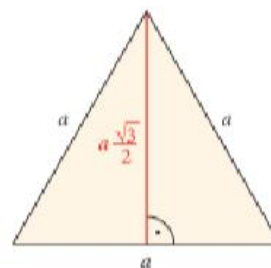
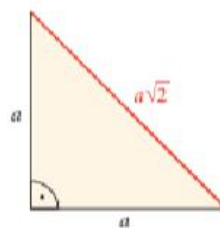
Például

- a téglalapot (a paralelogrammát) az átlója két egybevégő háromszögre bontja, mert a létrejövő háromszögek oldalai páronként egyenlők (III. alapeset);
- az egyenlő szárú háromszöget az alaphoz tartozó magassága két egybevégő háromszögre bontja, mert a két keletkező háromszögnek egyenlő két oldala és a hosszabbik oldalakkal szemben fekvő szöge (IV. alapeset);
- ha egy húrtrapézból az ábra szerinti két magassággal levágunk két háromszöget, akkor ezek egybevégők, mert egyenlő egy oldaluk (a trapéz két szára) és az azon az oldalon fekvő két szögük (I. alapeset).



A Pitagorasz-tétel tárgyalásakor a 9. osztályban már megfigyeltük, hogy könnyen megjegyezhető kapcsolatok vannak egyes speciális háromszögekben lévő szakaszok között:

- az a befogójú, egyenlő szárú derékszögű háromszög átfogója $a\sqrt{2}$ hosszúságú;
- az a oldalú, szabályos háromszög magassága: $a\frac{\sqrt{3}}{2}$.



1. Állítás

Az a befogójú, egyenlő szárú derékszögű háromszög átfogója $a\sqrt{2}$.

Kiindulás

- Egy egyenlő szárú derékszögű háromszögben a két befogó egyenlő hosszú.
- Legyen mindkét befogó hossza:

$$a$$

- Az átfogó hosszát jelöljük c -vel.

Pitagorasz-tétel

Derékszögű háromszögben:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Itt:

- $a = b = a$

Tehát:

$$a^2 + a^2 = c^2$$

Számolás

$$2a^2 = c^2$$

Gyököt vonunk:

$$c = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$$

2. Állítás

Az a oldalú szabályos háromszög magassága $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Kiindulás

- Szabályos háromszög: minden oldala a .
- A magasságot lehúzzuk az egyik csúcsból az alpra.
- A magasság **felezi az alapot**, ezért az alap két egyenlő részre esik:

$$\frac{a}{2}$$

Így keletkezik egy **derékszögű háromszög**, ahol:

- átfogó: a
- egyik befogó: $\frac{a}{2}$
- másik befogó: a magasság, jelöljük m -mel

Pitagorasz-tétel

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 + m^2 = a^2$$

Számolás

$$\frac{a^2}{4} + m^2 = a^2$$

$$m^2 = a^2 - \frac{a^2}{4}$$

$$m^2 = \frac{4a^2 - a^2}{4} = \frac{3a^2}{4}$$

Gyököt vonunk:

$$m = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$